120177

Aufgabe:

Eine Kugel wird senkrecht nach oben geworfen. Berechne, nach welcher Zeit sie sich in 41 cm Höhe befindet, wenn die Abwurfgeschwindigkeit 3,72 m/s beträgt.

Schwierigkeit

Die nötige Formel lautet:

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

Bekannt sind $v_0 = 3.72 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und h = 0.41 m. Gesucht ist t.

Die Schwierigkeit beim Auflösen der Formel nach t besteht darin, dass t und t^2 in der Formel vorkommen. Es handelt sich also um eine Quadratische Gleichung.

Erinnerung

eine Quadratische Gleichung löst man per quadratischer Ergänzung oder der p-q-Formel (oder der abc-Formel)

p-q-Formel: Wenn eine Gleichung der Form $0=x^2+px+q$ vorliegt, lauten die

Lösungen – sofern es welche gibt:
$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Die Gleichung für den Senkrechten Wurf hat noch nicht die richtige Form, insbesondere hat t² noch einen Vorfaktor, nämlich ½g:

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \iff \frac{1}{2}gt^2 - v_0t + h = 0 \iff t^2 - 2\frac{v_0}{g} \cdot t + \frac{2}{g}h = 0$$

In der letzten Gleichung ist $p=-2\frac{v_0}{g}$ und $q=\frac{2}{g}h$

Also

$$t_{1,2} = \frac{v_0}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{-v_0}{g}\right)^2 - 2\frac{h}{g}}$$

nummerische Rechnung

$$t_{1,2} = \frac{3.72 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \pm \sqrt{\frac{-3.72 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}^2 - \frac{2.0,41 \text{ m}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$
$$t_1 = 13.4 \text{ s}, t_2 = 62.5 \text{ s}$$